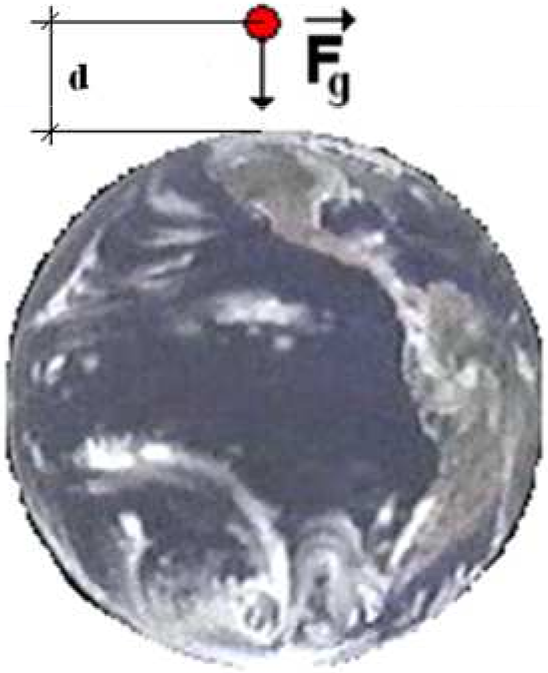
Diferencia de potencial y potencial eléctricos

FMPR

En el **campo gravitatorio.**



Diferencia de potencial y potencial eléctricos

El trabajo se cuantifica por la fuerza que ejerce el campo y la distancia recorrida.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Diferencia de potencial eléctrico

Si se desea colocar el cuerpo en el mismo punto un “agente externo” tiene que realizar el mismo trabajo pero en sentido contrario para vencer el campo.

$$-W = \vec{F} \cdot \vec{d} = m\vec{g} \cdot \vec{d}$$

Diferencia de potencial eléctrico

El trabajo se considera negativo cuando se realiza en contra del campo (-W).

Diferencia de potencial eléctrico

Cuando el trabajo es negativo, la diferencia de energía potencial (E_{pf}-E_{pi}) es positiva ya que el punto "f" se encuentra a una cierta altura con respecto a la referencia implícita que es el nivel del piso y cuya energía potencial en ese punto vale cero (punto inicial i).

$$-W = \Delta E_P = E_{Pf} - E_{Pi}$$

Diferencia de potencial eléctrico

En caso eléctrico se presenta una situación semejante: Para mover una carga de un punto inicial "i" a un punto final "f" en contra del campo un "agente externo" tienen que desarrollar trabajo

Diferencia de potencial eléctrico

$$ {}_{i}W_{f} = \int_{i}^{f} -\vec{F}\cdot d\vec{\ell} = -q\int_{i}^{f} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} $$

Donde:

q es la carga eléctrica

$\vec{E}$ es el campo

$d\vec{\ell}$ es el vector que indica la trayectoría seguida.

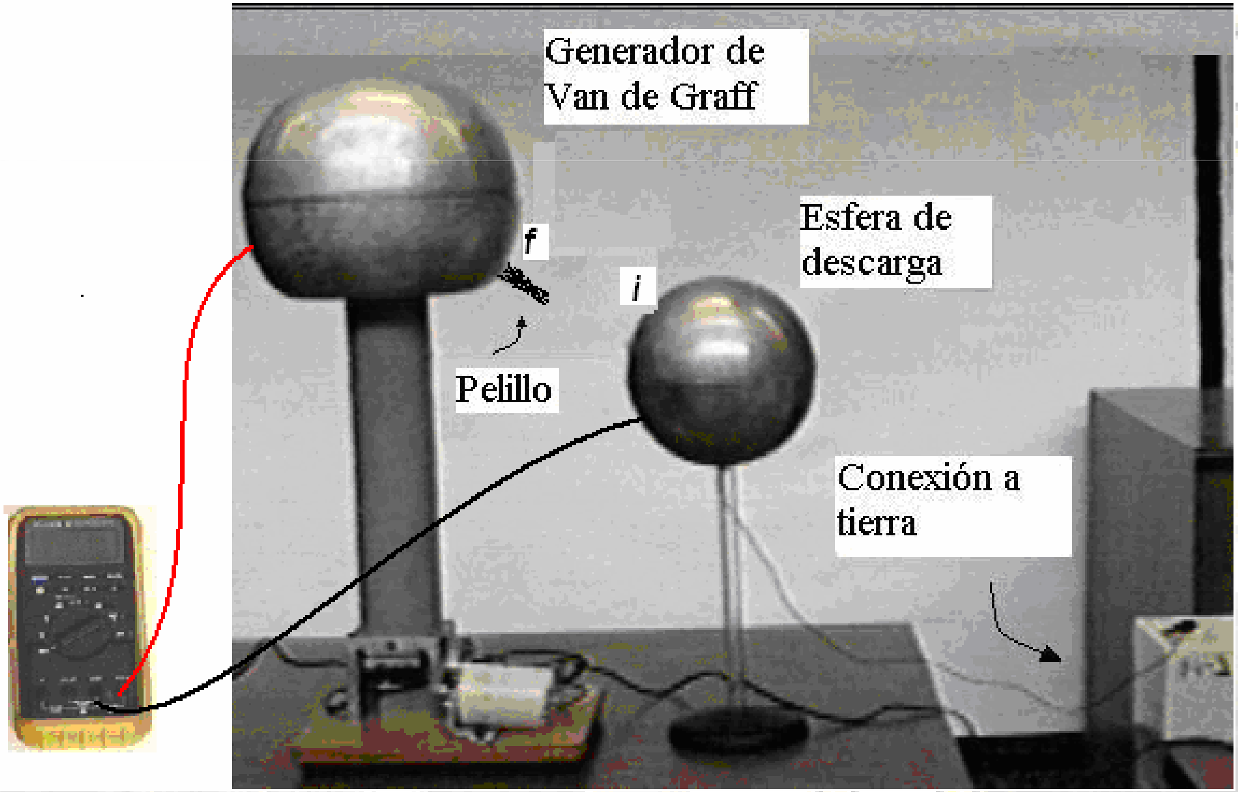
Diferencia de potencial eléctrico

Se define la diferencia de potencial eléctrico como el trabajo que un "agente externo" realiza para mover una carga del punto inicial "i" al punto final "f":

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{-W}{q} = \frac{{}_iW_f}{q} = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

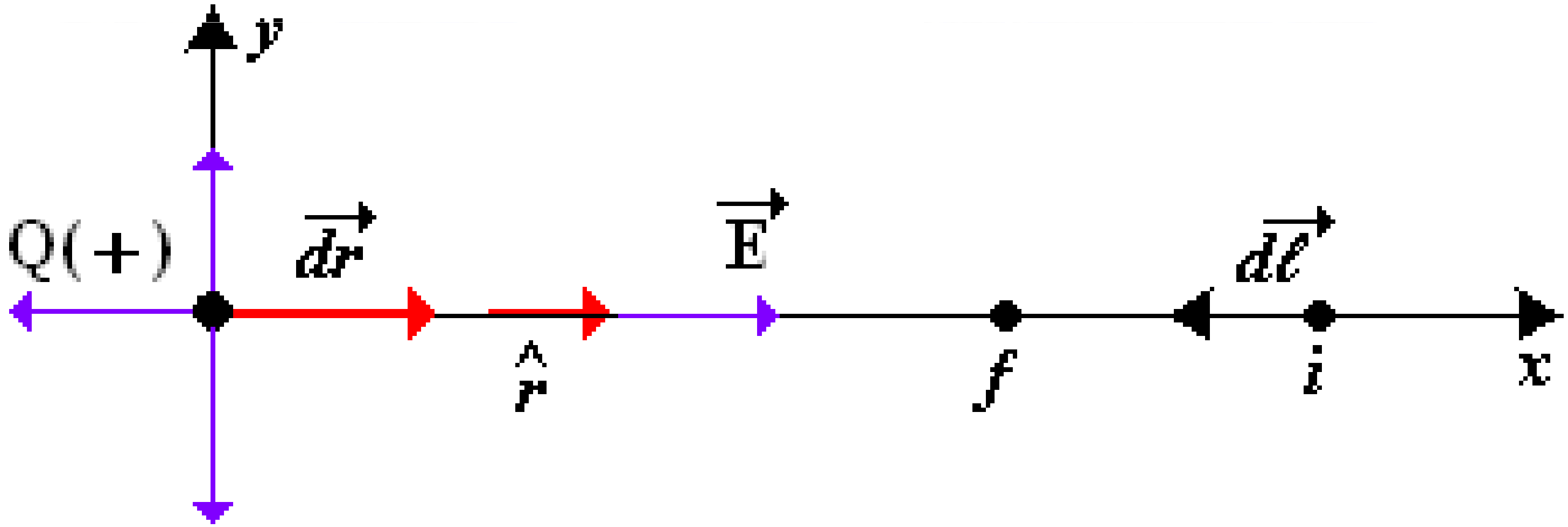
¿Quién realiza el trabajo para mover los pelillos de conejo?



FMPR

Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

Considere la carga puntual Q mostrada en la figura:



Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

Se desea determinar la diferencia de potencial que realiza "un agente externo" para mover la carga puntual Q del punto "i" al punto "f".

Utilizando la expresión anterior:

$$V = \Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{\ell}\,[V]$$

Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

Recordando que el campo eléctrico producido por una carga puntual Q se cuantifica por:

$$\vec{E} = k_e \frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior

Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

$$\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f ke\frac{Q}{r^2}\cdot\hat{r}\cdot d\vec{\ell}\;\left[\frac{J}{C} = V\right]$$

$$\hat{r}\cdot d\vec{\ell} = |\hat{r}|\cos\theta\,|d\vec{\ell}| = 1\cos(180°)\,d\ell = -d\ell;\ \text{y además } d\ell = -dr$$

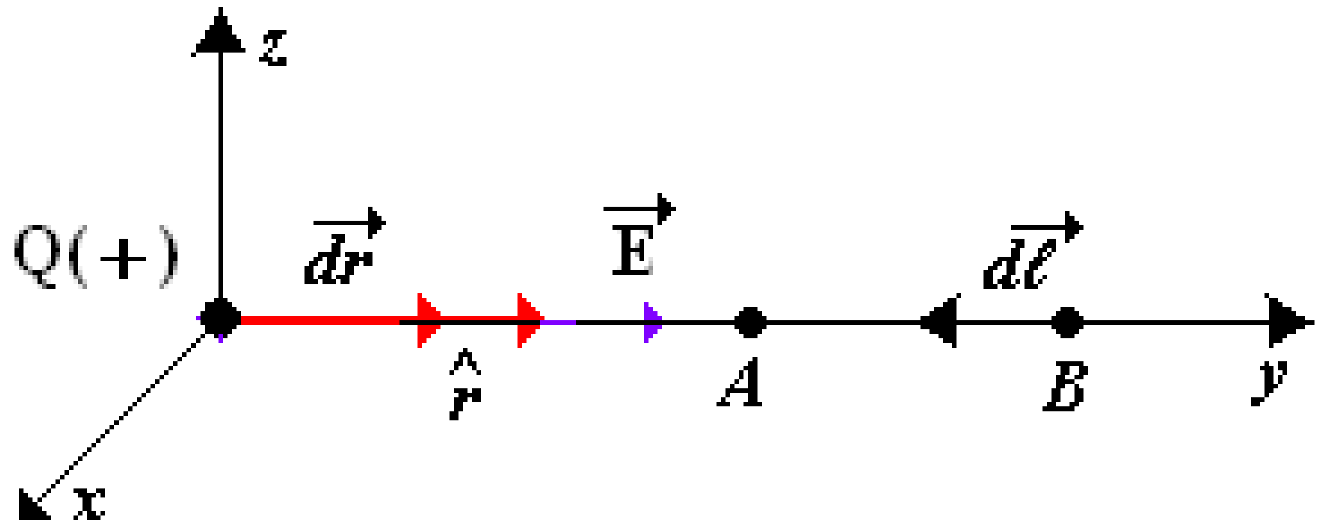
$$\Delta V = V_{fi} = V_f - V_i = kQ\int_i^f \frac{dr}{r^2} = kQ\left[\frac{1}{r}\right]_i^f$$

$$\Delta V = V_{fi} = V_f - V_i = kQ\left[\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right][V]$$

http://wps.aw.com/aw_young_physics_11/13/3510/898593.cw/index.html

Ejemplo de Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

Considere la carga puntual Q=2.51 [nC] mostrada en la figura. Determine la diferencia de potencial entre los puntos A(0,30,0)[cm] y B(0,50,0)[cm], es decir, V_{AB}.



Ejemplo de Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

Utilizando la expresión y sustituyendo valores:

$$\Delta V = V_{AB} = V_A - V_B = ke\,Q\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$V_{AB} = 9\times10^{9}\times2.51\times10^{-9}\left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{0.5}\right)$$

$$V_{AB} = 22.59\left(3.33 - 2\right) = 22.59(1.33) = 30.045\ [V]$$

FMPR

Diferencia de potencial o voltaje debido a una carga puntual

¿De donde a donde se mueve la carga?

¿Quién realiza el trabajo?

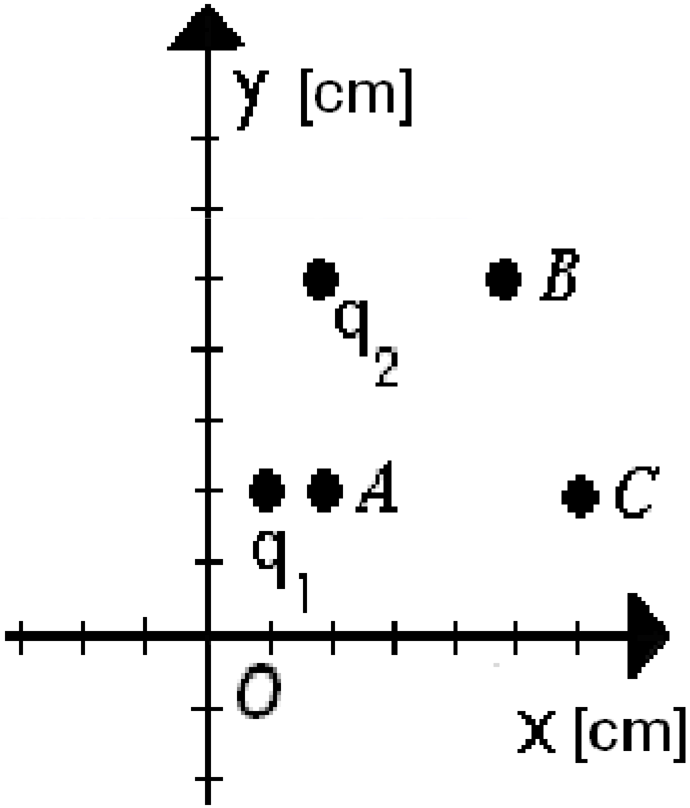
Si el punto B cambiara de coordenadas (0,50,0)[cm] a (0,0, 50)[cm]. ¿Cuál seria el valor de la diferencia de potencial VAB?

Si el punto B cambiara de coordenadas a (0,30,0)[cm]. ¿Cuál seria el valor de la diferencia de potencial VAB?

¿Cómo son las superficies equipotenciales para la carga puntual?

Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

Considere el plano xy de la figura donde se muestran dos cargas puntuales q1= -20[uC](1,2)[cm], q2=40[uC] (2,5) [cm] y los puntos A(2,2)[cm], B(5,5)[cm] y C(6,2)[cm], determinar:



Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

a) La diferencia de potencial entre los puntos A y B, es decir, V_{AB}.

$$V_{AB} = V_{AB\cdot 1} + V_{AB2} = ke\,q_1\left(\frac{1}{r_{A1}} - \frac{1}{r_{B1}}\right) + keq_2\left(\frac{1}{r_{A2}} - \frac{1}{r_{B2}}\right)$$

$$V_{AB} = ke\cdot q_1\left(\frac{1}{1\times 10^{-2}} - \frac{1}{5\times 10^{-2}}\right) + ke\cdot q_2\left(\frac{1}{3\times 10^{-2}} - \frac{1}{3\times 10^{-2}}\right)$$

$$V_{AB} = -1.8\times 10^{5}(100-20) + 0 = -14.4\times 10^{6}\,[V]$$

Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

b) La energía potencial eléctrica de q2.

Como el potencial de un punto (explicar potencial eléctrico) representa la energía potencial por unidad de carga, al multiplicarla por la carga se obtiene la energía potencial total.

$$U_2 = q_2 V_2; \quad V_2 = ke \cdot q_1 \left(\frac{1}{r_{12}} \right)$$

Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

b) La energía potencial eléctrica de q2.

Sustituyendo valores:

$$U_2 = q_2 V_2; \quad V_2 = ke \cdot q_1 \left(\frac{1}{r_{12}} \right)$$

$$V_2 = 9\times10^9 \times \left(-20\times10^{-6}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10\times10^{-2}}}\right) = -180\times10^3 (31.62)$$

$$V_2 = -5.691\times10^6 [\mathrm{V}]$$

$$U_2 = 40\times10^{-6}\left(-5.691\times10^6\right) = -227.7[\mathrm{J}]$$

Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

c) El trabajo necesario para mover una carga q_3 =-8[uC], cuasiestáticamente, del punto A al punto B.

De la definición de trabajo

$$ {}_{A}W_{B} = -q\int_{A}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = qV_{BA} $$

$$ {}_{A}\mathrm{W}_{\mathrm{B}} = \mathrm{q}_3 \cdot \mathrm{V}_{\mathrm{BA}} = (-8\times 10^{-6})\left(14.4\times 10^{6}\right) = -115.2[\mathrm{J}] $$

Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

Considere el plano xy, donde se encuentran tres cargas puntuales q1=10[nC](-2,2)[cm], q2=-20[nC](0,-2)[cm] y q3=20[nC](2,2)[cm]; y los puntos A(0,2)[cm] y B(2,0)[cm], determinar:

La diferencia de potencial VAB. 4 351:5[V]

Diferencia de potencial debido a varias cargas puntuales

Determine:

a) La diferencia de potencial entre los puntos A y B, es decir, VAB.

b) La energía potencial eléctrica de q2.

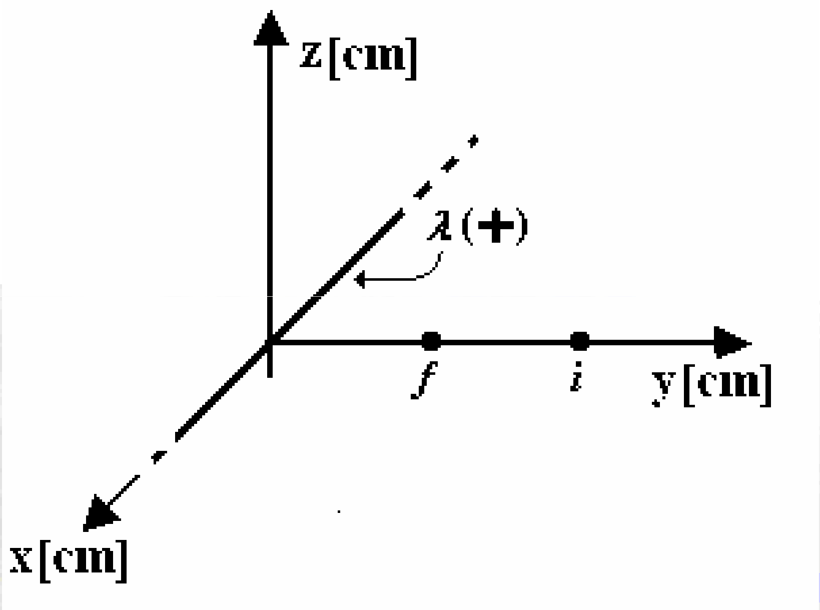
c) El trabajo necesario para mover una carga q4 = 10[uC], cuasiestáticamente, del punto A al punto B.

Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos producida por una línea infinita cargada uniformemente

- En la figura se muestra una línea con carga positiva distribuida uniformemente, coincidente con el eje “x”. La diferencia de potencial entre los puntos inicial i y final f queda definida por la siguiente expresión:

FMPR

Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos producida por una línea infinita cargada uniformemente



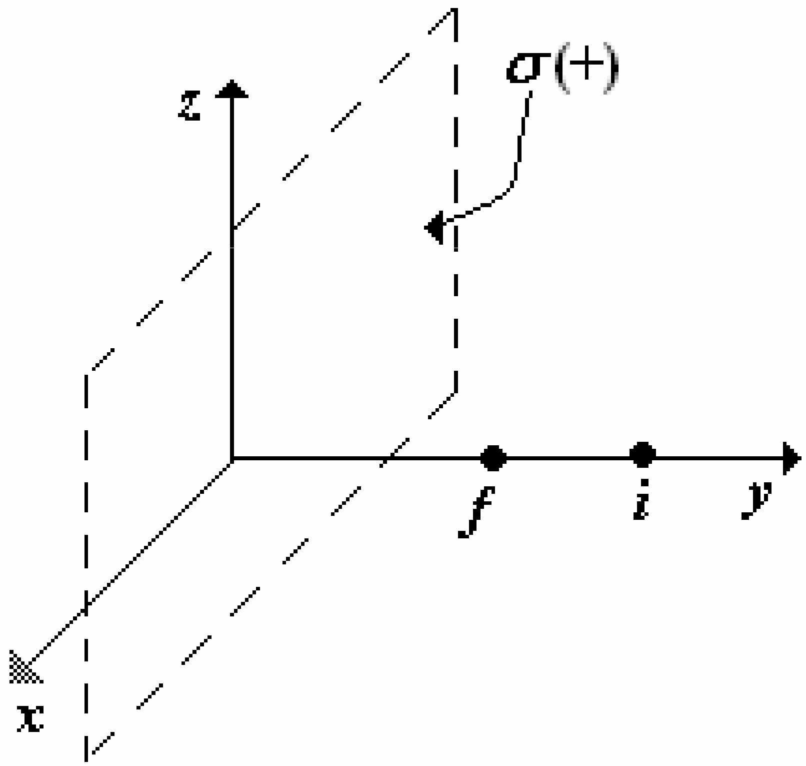
$$V_{f\cdot i} = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Realizando el producto punto

$$V_{f\cdot i} = -\int_i^f E\cdot dy = -\int_i^f k2\lambda\frac{dy}{y} = -k2\lambda \ln y\Big|_i^f = k2\lambda\ln\frac{y_i}{y_f}\,[V]$$

Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos producida por una superficie infinita cargada uniformemente

Una superficie infinita, con distribución uniforme de carga positiva σ, coincidente con el plano "xz", se muestra en la siguiente figura, determinar la diferencia de potencial V_{fi}.



Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos producida por una superficie infinita cargada uniformemente

Como en toda la trayectoria entre los puntos inicial i y final f se cumple que el campo eléctrico esta definido por

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{j}$$

Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos producida por una superficie infinita cargada uniformemente

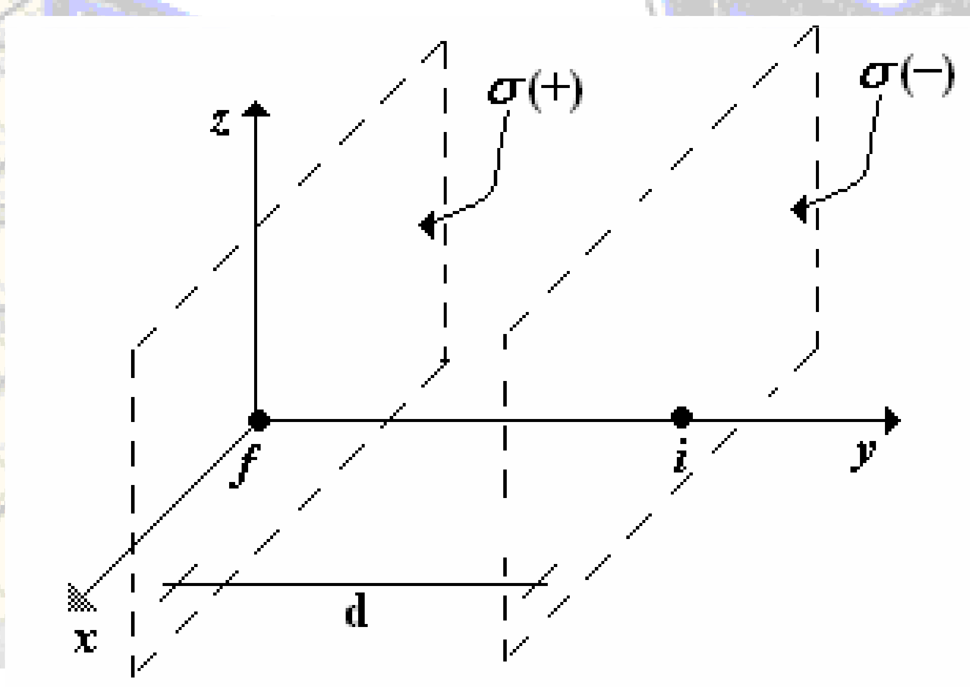
entonces la diferencia de potencial entre dichos puntos es

$$V_{f \cdot i} = -\int_{i}^{f} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{yi}^{yf} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot dy = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left. y \right|_{yi}^{yf}$$

$$V_{f \cdot i} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (y_i - y_f) [V]$$

Diferencia de potencial eléctrico producida por dos superficies infinitas, paralelas y con cargas iguales en magnitud y signo contrario.

El punto inicial i es coincidente con la superficie de la izquierda (que tiene carga negativa) y el punto final f es coincidente con la superficie de la derecha (que tiene carga positiva) .



Diferencia de potencial eléctrico producida por dos superficies infinitas, paralelas y con cargas iguales en magnitud y signo contrario.

$$V_{f\cdot i} = -\int_{i}^{f} 2\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{yi}^{yf} \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot dy = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left|y\right|_{yi}^{yf}$$

$$V_{f\cdot i} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(y_i - y_f)[V]$$

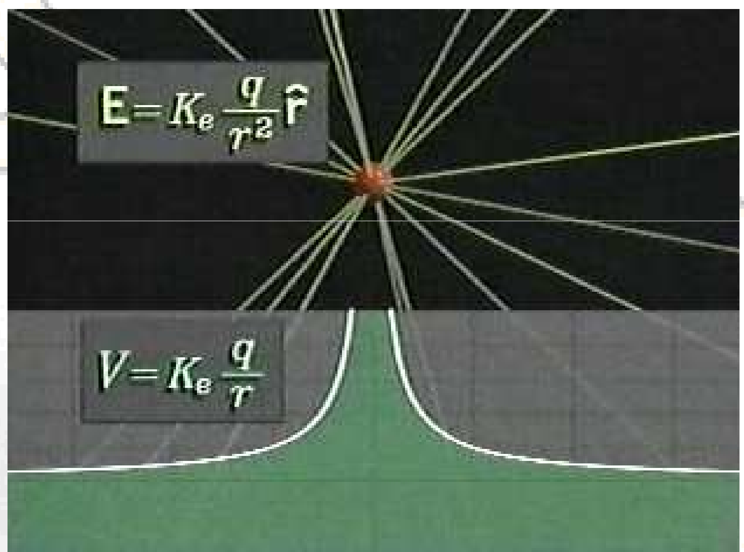
Como los puntos se encuentran sobre las superficies cargadas, que se encuentran separadas una distancia "d", como se ilustra en la figura, la diferencia de potencias se puede expresar en función del campo.

$$V_{f\cdot i} = E\cdot d[V]$$

http://wps.aw.com/aw_young_physics_11/13/3510/898593.cw/index.html

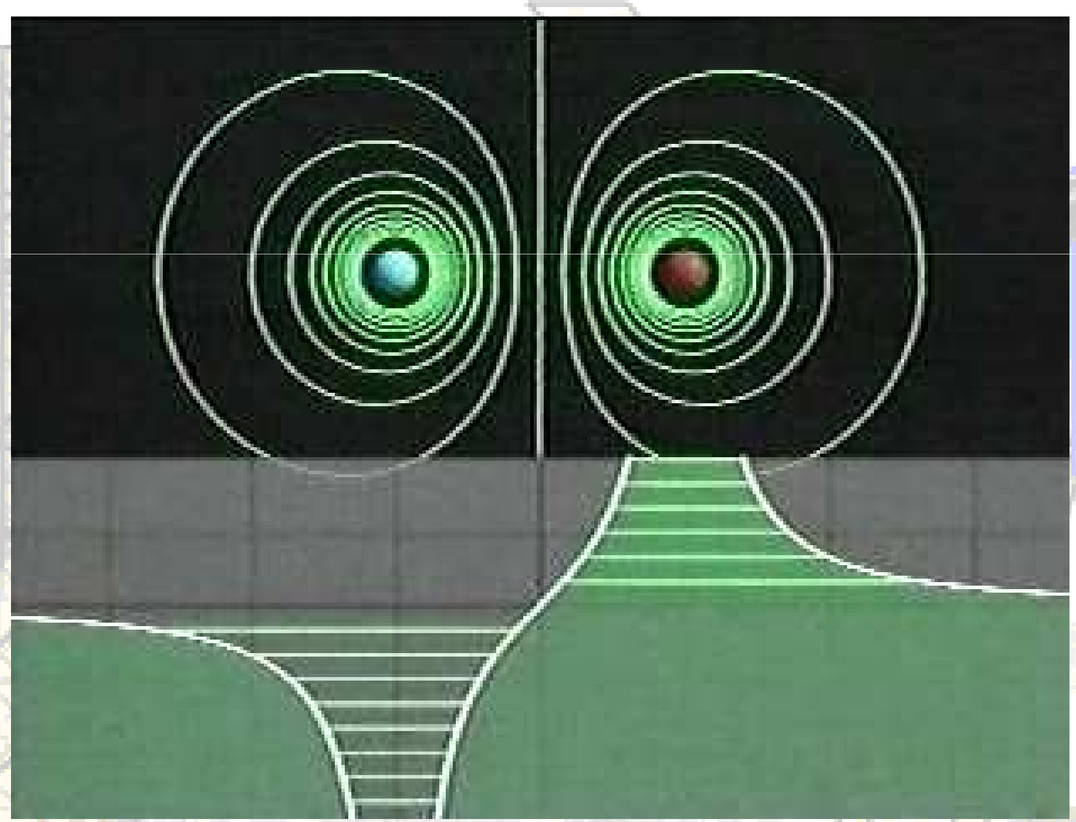
Potencial eléctrico debido a una carga puntual

Si se selecciona un punto de referencia (que en la mayoría de los casos es el infinito o tierra) se puede hablar del potencial en un punto



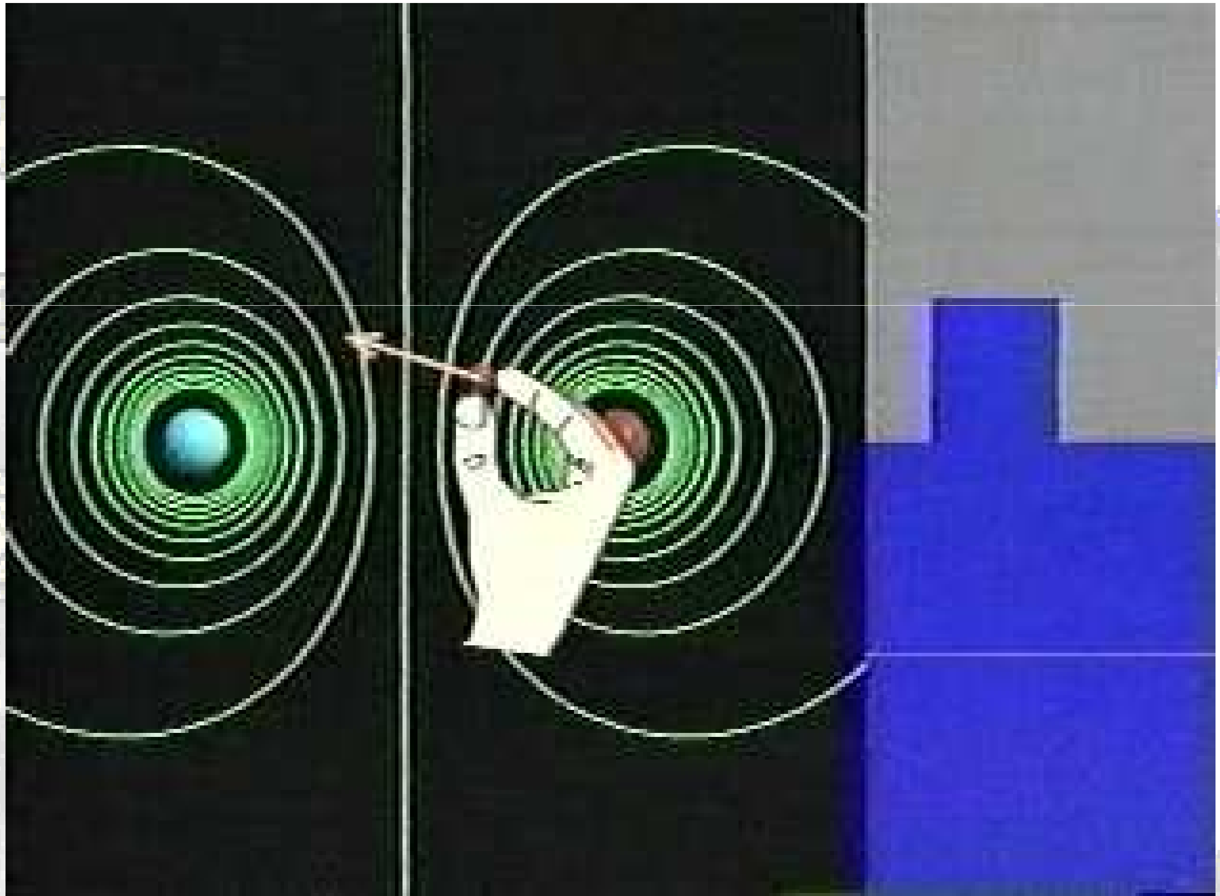
$$V = k\frac{Q}{r}$$

Potencial eléctrico debido a dos cargas puntuales de diferente signo



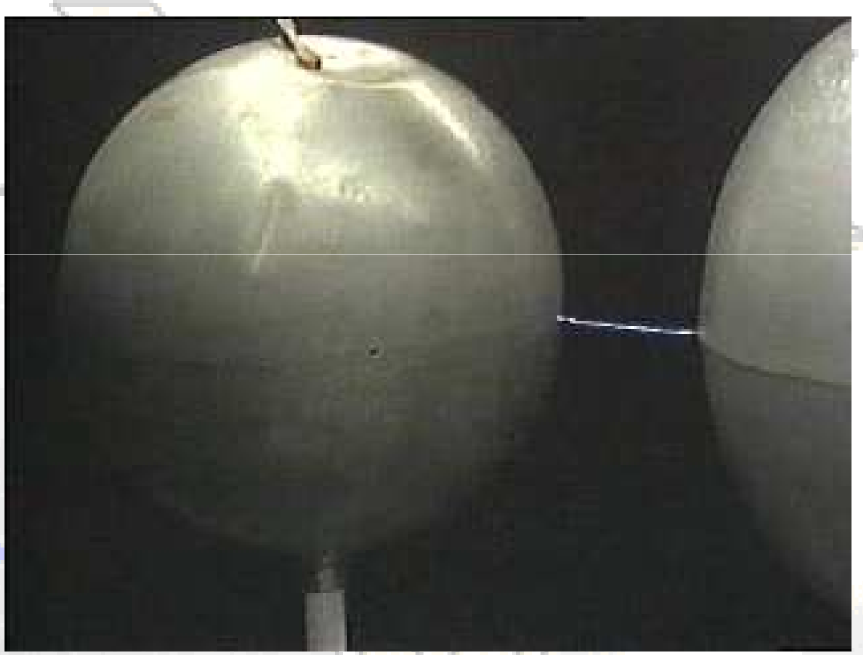
Ver: Física para ciencias e ingeniería. Tomo II. Quinta edición. Serway- Beichner.. Edit. Mac. Graw Hill.

Potencial eléctrico en un punto debido a dos cargas de diferente signo



Campo eléctrico de ruptura

$$E_R = \frac{V}{d}\left[\frac{V}{m}\right]$$



Para el aire el campo eléctrico de ruptura vale 0.8 [MV/m]

Gradiente de potencial

En la mayoría de los problemas prácticos no es posible obtener la función que determina el vector campo eléctrico en cada punto de una región, con base en la distribución de carga, debido a que está última no es conocida.

Gradiente de potencial

Generalmente la información que se tiene es la diferencia de potencial, por ello el procedimiento usual es obtener primero la función de potencial y a partir de ésta el campo eléctrico.

Gradiente de potencial

Si se considera la función potencial

$$V(x, y, z)$$

La variación de la función es:

$$\Delta V \approx dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = (\nabla V)\cdot d\ell$$

Gradiente de potencial

Ya que la divergencia de una función es

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Recordando que si A y B son dos puntos muy cercanos

$$V_{AB} = -\int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Gradiente de potencial

Comparando las ecuaciones

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Es decir

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

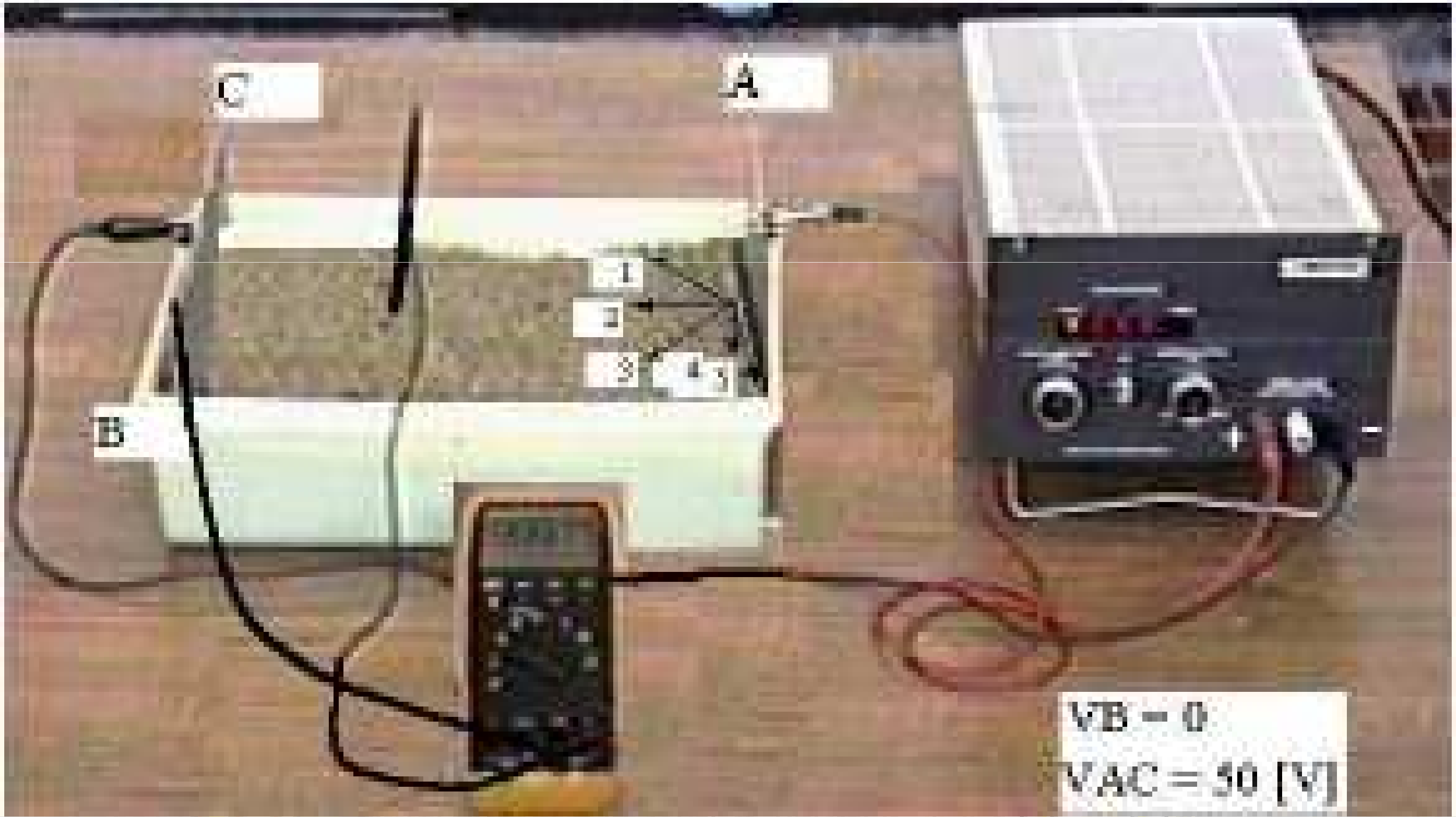
Gradiente de potencial

Al evaluar el gradiente de la función potencial eléctrico, obtenemos un vector perpendicular a la superficie, el cual señala en la dirección de aumento máximo de la función de potencial; es por ello que aparece un signo negativo en la ecuación anterior ya que, por convención, la dirección del vector campo eléctrico es contraria.

Gradiente de potencial

En la siguiente figura se muestra una caja de arena con dos placas metálicas en sus extremos a las cuales se le aplica una diferencia de potencial de 50 [V]. Se define el sistema cartesiano con el eje de las y's a la derecha, el eje de las x's saliendo fuera de la hoja y el eje de las z's hacia arriba.

Gradiente de potencial



Gradiente de potencial

Se observa que la dirección en donde la variación es mayor es en el eje “y” el cual es perpendicular a las placas y el valor aumenta conforme nos acercamos a la terminal positiva. En cuanto los ejes “x” y “z” no hay variación del potencial al desplazarse sobre dichos ejes ya que se trata de superficies equipotenciales.

Gradiente de potencial

La operación matemática que nos permita calcular el vector perpendicular a una superficie equipotencial es el gradiente, en nuestro caso, el gradiente de potencial

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{j}$$

La pendiente representa la variación de potencial con respecto a la distancia y por lo tanto el campo eléctrico

Bibliografía.

Gabriel A. Jaramillo Morales, Alfonso A. Alvarado Castellanos.
Electricidad y magnetismo.
Ed. Trillas. México 2003

Sears, Zemansky, Young, Freedman
Física Universitaria
Ed. PEARSON. México 2005